

編入テスト (06/14)

名前： _____

各大問 10 点, 120 分

1

放物線 $y = x^2$ と直線 $y = mx + n$ が 2 点 A, B で交わり, 線分 AB を直径とする円が y 軸と 2 点 C, D で交わっている. いま, 2 点 A, B の x 座標がそれぞれ $-2, 3$ であるとき, 次を解け.

- m, n を求めよ.
- 円の中心を求めよ.
- C, D の座標を求めよ.
- 直線 $y = mx + n$ と y 軸との交点を E とする. $\triangle ACE$ と $\triangle BDE$ の面積の比を最も簡単な整数比で表せ.

2

20km 離れた 2 地点 P, Q がある. A 君は午前 9 時に P 地点を出発して自転車で Q 地点に向かい, B 君は午前 9 時 15 分に Q 地点を出発してオートバイで P 地点で向かった. A 君, B 君の進む速さは, 一定であるとする. 途中 2 人は R 地点で出会い, そのあと A 君は 30 分で Q 地点に到着し, B 君は 15 分で P 地点に到着した. A 君, B 君が進む速さをそれぞれ毎時 x km, 毎時 y km とするとき, 次を答えよ.

- $\frac{y}{x} = t$ とおく. t を求めよ.
- 2 人が R 地点で出会った時の時刻を求めよ. また P, R 間の距離を求めよ.
- x, y の値を求めよ.

3

1 つの円があり, その円周上に 5 点 A, B, C, D, E がこの順で並んでおり, $AB = BC, CD = DE, \angle ABC = 120^\circ, \angle ACE = 80^\circ, AB = 3$ であるとき, 次を求めよ.

- $\angle AEC$ の大きさを求めよ.
- $\angle CAD$ の大きさを求めよ.
- この円の半径を求めよ.

4

$AD \parallel BC$, $\angle ABC = \angle DCB$ である台形 $ABCD$ に, 点 O を中心とする円が内接している. $OA = 15$, $OB = 20$ のとき, この台形 $ABCD$ の面積を求めよ.

5

百の位の数, 十の位の数, 一の位の数之和が 16 である 3 桁の自然数がある. 次の問いに答えよ.

- この 3 桁の整数の十の位が 5 とする. この自然数の百の位と一の位を入れ替えると, もとの数より 297 大きくなった. 元の自然数を求めよ.
- この 3 桁の自然数の百の位, 十の位, 一の位をそれぞれ a, b, c で表すとき, 次を解け.
 - $a + 2b + 3c$ の値が最も大きくなるような 3 桁の自然数を求めよ.
 - 3 桁の自然数が偶数であるとき, $a \leq b \leq c$ となるようなものは何個あるか.

6

1 から 9 までの数が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードがある. この中から無作為に 4 枚のカードを取り出し, カードに書かれた 4 つの数の積を M とおく. このとき次の確率を求めよ.

- M が 7 の倍数になる確率
- M が 14 の倍数になる確率
- M が 6 の倍数になる確率

7

自然数 m, n は, 不等式 $\sqrt{n} \leq m \leq \sqrt{n+100}$ を満たしている. 次を解け.

- $n = 100$ のとき, 与えられた不等式を満たす m をすべて求めよ.
- $n = 225$ のとき, 与えられた不等式を満たす m をすべて求めよ.
- 与えられた不等式を満たす m がちょうど 2 個である最小の n を求めよ.

8

- 直線 $y = -\frac{x}{2} + 3$ に平行で, 点 $(6, 2)$ を通る直線を求めよ.
- 直線 $y = 3x + 4$ に垂直で, 点 $(1, -\frac{4}{3})$ を通る直線の式を求めよ.
- 2 直線 $y = \frac{3}{4}x - 1$ と $y = ax + 5$ が x 軸上で交わるとき, a の値を求めよ.
- 1 次関数 $y = ax + b$ は x の変域が $-4 \leq x \leq 1$ のとき, y の変域が $-8 \leq y \leq 7$ である. a, b を求めよ.

9

各小問を解け.

- $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ のとき, $x^4 + 2x^2 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^4}$ を求めよ.
- $7.65^2 - 2.35^2$ を求めよ.
- $(\sqrt{5} + 2)^{17}(\sqrt{5} - 2)^{15} + (\sqrt{5} + 2)^{15}(\sqrt{5} - 2)^{17}$ を求めよ.
- $\sqrt{15}$ の小数部分を a とするとき, $a^2 + 6a$ の値を求めよ.
- $x = 3.96, y = 0.32$ のとき, $x^2 - 6xy + 9y^2 + 1$ を求めよ.

10

各小問を解け.

- 九九の 81 個の数字の和を求めよ.
- $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 - (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9)^2$ を求めよ.
- $\sqrt{2} + 1$ の小数部分を a とする. $A = (\sqrt{2} + 1)^2 + a^2, B = (\sqrt{2} + 1)^{2025} a^{2025}$ をそれぞれ求めよ.