

編入テスト (06/15)

名前： _____

各大問 10 点，120 分

1

長さ 4 の線分 AB がある．2 点 A, B を中心としてそれぞれ半径 4 の円を描き，交点の 1 つを P とする．

- $\triangle ABP$ に内接する円の半径を求めなさい．
- BP を弧とする扇形 ABP に内接する円の半径を求めなさい．
- 線分 AB ，弧 AP ，弧 BP のすべてに接する円 O の半径， $\triangle OAB$ の外接円の半径を求めなさい．

2

四角形 $ABCD$ は円 O に内接し， $AB = 4, BC = 3\sqrt{2}, CD = 2, \angle ABC = 45^\circ$ である．

- AC の長さを求めなさい．
- 円 O の半径を求めなさい．
- AD の長さを求めなさい．

3

1 以上の整数 x に対し， $[x]$ を x の正の約数の個数とします．例えば，24 の約数は，1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 の 8 個なので， $[24] = 8$ です．

- $[8]$ と $[36]$ の値を求めなさい．
- $1 \leq x \leq 20$ を満たす整数のうち， $[x]$ が方程式 $[x]^2 + [x] - 6 = 0$ を満たすような整数 x を全て求めなさい．
- $[x]$ の方程式 $[x]^2 - [x] - 6 = 0$ を満たす 3 桁の x の中で，最も大きな整数を求めなさい．

4

次の各式の値を求めなさい.

- $x = \frac{1}{20}, y = -\frac{1}{15}$ のとき, $(3x - 4y)(2x + 3y) - (x - 3y)(6x - y)$ の値
- $2006 \times 1992 + 2007 \times 2007 - 2007 \times 1993 - 1993 \times 1993$
- $\frac{96^2 + 3 \times 96 - 4}{96^2 + 2 \times 96 \times 4 + 4^2}$ の値
- $(1 - \frac{1}{2^2})(1 - \frac{1}{3^2})(1 - \frac{1}{4^2})(1 - \frac{1}{5^2}) \cdots (1 - \frac{1}{50^2})$ の値

5

点 O を中心とする半径 8 の円が四角形 $ABCD$ に内接している. $AB = 15, DC = 24$ であるとき, 四角形 $ABCD$ の面積を求めなさい.

6

1 辺の長さが 6 の正四面体 $ABCD$ において, $\triangle ABC$ の重心 G , $\triangle ACD$ の重心 G' とする. このとき線分 GG' の長さを求めなさい.

7

$AD \parallel BC, AD = 10, BC = 16$ の台形 $ABCD$ において, 辺 AB, CD の中点をそれぞれ M, N とする, このとき, 四角形 $AMND$ と四角形 $MBCN$ の面積の比を求めなさい.

8

4 点 $O(0, 0), A(6, 0), B(\frac{16}{3}, 4), C(2, 6)$ を頂点とする四角形 $OABC$ があります. 次の問いに答えなさい.

- 点 B を通り, 直線 AC に平行な直線の式を求めなさい.
- 点 P は辺 AB 上にあります. $\triangle OPC$ の面積が四角形 $OABC$ の面積の $\frac{5}{8}$ となる時, 点 P の座標を求めなさい.

9

四角形 $ABCD$ は正方形であり, E は辺 CD の中点, F は線分 AE の中点, G は線分 FB の中点である. $AB = 8$ のとき, 次の問いに答えよ.

- 線分 GC の長さを求めよ.
- 四角形 $FGCE$ の面積を求めよ.

10

四角形 $ABCD$ は円に内接し、 $AB = 9, BC = 12, CD = DA = 6$ とし、対角線 AC と BD の交点を E とする。このとき、次の問題に答えよ。

- $BE : ED$ を求めなさい。
- $\triangle ABE : \triangle BCD$ を求めなさい。
- 線分 AE の長さを求めなさい。