

編入テスト (06/21)

名前：_____

各大問 10 点, 120 分

1

正の整数 a, b , ($a < b$) に対して, a から b までの整数の和を (a, b) と表す. つまり,

$$(a, b) = a + (a + 1) + (a + 2) + \cdots + (b - 2) + (b - 1) + b, \quad (1)$$

とする. たとえば, $(3, 5) = 3 + 4 + 5 = 12$, $(11, 12) = 11 + 12 = 23$ である. このとき, 次の各問に答えよ.

- $6 = (a, b)$ となる, a, b の組を全て求めよ.
- $10 = (a, b)$ となる, a, b の組を全て求めよ.
- $9 = (a, b)$ となる, a, b の組を全て求めよ.
- $15 = (a, b)$ となる, a, b の組を全て求めよ.
- $81 = (a, b)$ となる, a, b の組を全て求めよ.
- $99 = (a, b)$ となる, a, b の組を全て求めよ.

2

次の各問に答えよ.

- 18 の正の約数の和 S_{18} を求めよ.
- 18 の正の約数の逆数の和 T_{18} を求めよ.
- $\frac{S_{18}}{T_{18}}$ を求めよ.
- 21 の正の約数の和 S_{21} を求めよ.
- 21 の正の約数の逆数の和 T_{21} を求めよ.
- $\frac{S_{21}}{T_{21}}$ を求めよ.
- 200 の正の約数の和 S_{200} を求めよ.
- 200 の正の約数の逆数の和 T_{200} を求めよ.
- $\frac{S_{200}}{T_{200}}$ を求めよ.

3

平面に一直線上にない3点 A, B, C (or 三角形 ABC) があり, 3点から等しい距離にある点 P を作図しなさい. ただし, 作図には定規とコンパスを使い, また作図を用いた線は消さないこと.

4

1辺の長さが6の立方体がある. この立方体の体積 V を求めよ. また立方体の6面のそれぞれの重心を結んだ立体の体積 V' と $\frac{V'}{V}$ をそれぞれ求めよ.

5

次の問いに答えなさい.

- $x = 5.7, y = 4.3$ のとき, $x^2 - y^2$ の値を求めよ.
- $x + y = 7, xy = 3$ のとき, $xy - 2x - 2y$ の値と $(2x + y)(x + 2y)$ の値を求めよ.
- 次の計算をせよ.
 - $0.5432^2 + 4 \times 0.5432 \times 0.3284 + 4 \times 0.3284^2$
 - $17 \times 23 - 20^2 + 2008^2 - 2005 \times 2011$
- $(x^2 + 2x - 1)^2(x^3 - 3x^2 + x - 3)^3$ を展開してできる x についての多項式の次数を答えよ.

6

放物線 $y = x^2$ と直線 $y = mx + n$ が2点 A, B で交わり, 線分 AB を直径とする円が y 軸と2点 C, D で交わっている. いま, 2点 A, B の x 座標がそれぞれ $-2, 3$ であるとき, 次を解け.

- m, n を求めよ.
- 円の中心を求めよ.
- C, D の座標を求めよ.
- 直線 $y = mx + n$ と y 軸との交点を E とする. $\triangle ACE$ と $\triangle BDE$ の面積の比を最も簡単な整数比で表せ.

7

1つの円があり, その円周上に5点 A, B, C, D, E がこの順で並んでおり, $AB = BC, CD = DE, \angle ABC = 120^\circ, \angle ACE = 80^\circ, AB = 3$ であるとき, 次を求めよ.

- $\angle AEC$ の大きさを求めよ.
- $\angle CAD$ の大きさを求めよ.
- この円の半径を求めよ.

8

四角形 $ABCD$ は円に内接し、 $AB = 9, BC = 12, CD = DA = 6$ とし、対角線 AC と BD の交点を E とする。このとき、次の問題に答えよ。

- $BE : ED$ を求めなさい。
- $\triangle ABE : \triangle BCD$ を求めなさい。
- 線分 AE の長さを求めなさい。

9

原点を O とする。放物線 $y = x^2$ と直線 $y = 2x + 3$ との交点を P, Q とする。ただし、点 P の x 座標よりも点 Q の x 座標の方が大きいとする。このとき、次の問いに答えなさい。

- 点 P, Q の座標をそれぞれ求めよ。
- $\triangle OPQ$ の面積を求めよ。
- $\triangle OPQ$ を x 軸の周りに 1 回転させたときに $\triangle OPQ$ が通ったあとにできる立体の体積を求めよ。
- $\triangle OPQ$ を y 軸の周りに 1 回転させたときに $\triangle OPQ$ が通ったあとにできる立体の体積を求めよ。

10

2つの放物線 $y = x^2$ と $y = ax^2, (a < 0)$ が与えられている。放物線 $y = x^2$ 上に点 A, B があり、線分 AB は x 軸に平行である。また放物線 $y = ax^2$ 上に点 C, D があり、線分 CD も x 軸に平行である。加えて、線分 AD は y 軸に平行であり、点 A の x 座標は正である。このとき、次の問いに答えよ。

- 四角形 $ABCD$ が正方形であるとき、その面積を a を用いて表せ。
- その正方形の面積が 9 であるとき、 a の値を求めよ。